Title	円，球ノ幾何ニツイテ
Author(s)	松村，宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 158 p.198-p.203
Issue Date	1938-05-03
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74627
rights	
Note	

701

~~671.~~ 円，球ノ幾何ニツイテ

松村　宗治（台北大）

イツモノ記法ヲ用ヒテ円ヤ球ノ幾何ニツイテノベヨウト思フ。

(I) x ト y トヲ R_2 内ノ円トシ

(1) $$z = x + iy, \qquad i = \sqrt{-1}$$

ヲ考ヘル。

此ノトキ z ガ点ヲ表ハスタメニハ x ト y トガ垂直ニナラネバナラヌコトガ容易ニ分ル。サテ γ ナル円ガ x ト y トニ切スルナラバ

$$(z\gamma) = 1 + i$$

トナリ

$$\cos\varphi = 1 + i$$

ニナル、ココニ φ ハ円 z ト円 γ トノ間ノ角デアル。

以上 (1) ニテ i ノ代リ duale Zahlen ε ヲ用ヒ（此時 $\varepsilon^2 = 0$）ノ場合ニモ此レニ類スル問題ハ容易ニ考ヘラル。

次ニ ξ 円ニ関スル $x + iy$ 円ノ反轉円ヲ $\bar{x} + i\bar{y}$ トセバ，x ノ反轉円ガ $\bar{x}$ デアリ y ノ反轉円ガ $\bar{y}$ ナルコトモ

容易ニ分ル。

コノ時 ξ, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{y}'$ デ トモニ實円ナアラハスモノトスル。

(II) R_2 ニ於ケル二ツノ円 $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{y}'$ ノ切点 $\mathfrak{p}$ ハ

$$(1)\quad \mathfrak{p} = \mathfrak{y} - (\mathfrak{y}\mathfrak{y}')\mathfrak{y}', \qquad (\mathfrak{y}\mathfrak{y}')^2 = 1$$

デ與ヘラレル。

サテ今

$$(2)\quad \mathfrak{z} = \mathfrak{y} + (\mathfrak{y}\mathfrak{y}')\mathfrak{y}', \qquad (\mathfrak{y}\mathfrak{y}')^2 = 1$$

ヲ考ヘルトキハ

$$(\mathfrak{z}\mathfrak{y}) = 2, \qquad (\mathfrak{z}\mathfrak{y}') \pm 2$$

$$(3)\quad (\mathfrak{p}\,\mathfrak{z}) = 0$$

ガ成立スルコトガ分ルカラ $\mathfrak{z}$ ハ円デアッテ $\mathfrak{p}$ ヲ通過シ $\mathfrak{y}$ 及ビ $\mathfrak{y}'$ ト等角ヲナスコトニナル。(3)式ノ右辺ノ2ハ円ノ式ヲ normiert スルコトニヨリテコレヲ I トスルコトが出来ル、ソレ故ニ $\mathfrak{p}$ ニ於テ $\mathfrak{y}$ ト $\mathfrak{z}$ が相切ス、マタ $\mathfrak{p}$ ニテ $\mathfrak{y}'$ ト $\mathfrak{z}$ トモ相切ス。

(III) $\xi(\sigma)$ ハ空間曲線 $\xi(\sigma) + \xi''(\sigma)$ ノ Schmiegkugeln ナルコトハ Abh. aus dem Math. Seminar der Hamb. Univ. IV Bd. S. 139 ニ於ケル G. Thomsen ノ論文カラ分ル。

ソコデ今別ニ他ノ空間曲線 $\eta(\sigma) + \eta''(\sigma)$ ヲ考ヘルト其 Schmiegkugeln ハ $\eta(\sigma)$ トナル。

今コノ二ツノ曲線ハ垂直デアリマタ Schmiegkugeln モ互ニ垂直ナラバ

$$(1)\quad (\xi\eta) = 0,$$

(2) $(\xi+\xi'',\ \eta+\eta'')=0$

トナル、(1),(2) ヨリ

(3) $2(\xi'\eta')=(\xi''\eta'')$

トナル、(3)ハコノ場合必要ニシテ且ツ十分ナル條件ニナル。

此ノ場合ニモシ η ガ $\xi+\xi''$ ニ垂直，ξ ガ $\eta+\eta''$ ニ垂直ニシテ ξ ト η トガ垂直ナラバ

(4) $(\xi'\eta')=0$

トナル。コノ場合 ξ ト η トガ垂直トイフ代リニ ξ ト η トガ相切スルトシテモ同様ノコトガイヘル。

尚前ノ場合デ (1) ノ代リニ $(\xi\eta)=1$ ヲ以テオキカヘ得ベシ。

次ニ式ノ性質カラ直チニ分ルコトハ $\xi+\eta$ ハ $\{\xi+\eta\}+\{\xi+\eta\}''$ ナル空間ノ曲線ノ Schmiegkugeln ニナル。

ツマリ次ノ様ニイヘル。

平均曲線ノ Schmiegkugeln ハ平均 Schmiegkugeln ニナッテヰル。

球 $\mathfrak{z}$ ガ ξ,η ニ垂直デアリ同時ニ曲線 $\xi+\xi'',\ \eta+\eta''$ ニ垂直ナラバ

$$(\xi\mathfrak{z})=0,\quad (\eta\mathfrak{z})=0$$

$$(\xi\mathfrak{z})+(\mathfrak{z}\xi'')=0,\quad (\eta\mathfrak{z})+(\eta''\mathfrak{z})=0$$

トナリ

$$(\mathfrak{z}\xi'')=0,\quad (\mathfrak{z}\eta'')=0$$

ヲ得ベシ。

(IV) 空間曲線 K_1, K_2, K_3 ガアッテソレ等ノ曲線ノ Schmiegkugeln ヲソレゾレ $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ トシ $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ ノ間ニ

(1) $\mathfrak{x} = \alpha \mathfrak{y} + \beta \mathfrak{z}$

ナル関係アリトセバ K_1, K_2, K_3 ノ間ニ

(2) $K_1 = \alpha K_2 + \beta K_3$

ナル関係アルコトガ分ル。コヽニ α, β ハ Skalare Grössen デアル。

コノ証明ハ (1) ヨリ

(3) $\mathfrak{x}'' = \alpha \mathfrak{y}'' + \beta \mathfrak{z}''$

デアリ (1), (3) ヨリ

$$\{\mathfrak{x} + \mathfrak{x}''\} = \alpha \{\mathfrak{y} + \mathfrak{y}''\} + \beta \{\mathfrak{z} + \mathfrak{z}''\}$$

ヨリ上ノコトガ分ル。

(V) ξ, $\mathfrak{y}$ ヲバ互ニ直角ニ交ハル R_2 内ノ円トシテ

(1) $\eta = (\eta \xi)\xi + (\eta \mathfrak{y})\mathfrak{y}$

但シ $(\eta \xi)^2 + (\eta \mathfrak{y})^2 = 1$

ヲ考ヘルトキハ η ハ ξ, $\mathfrak{y}$ ナル二交点ヲ通ル R_2 内ノ円デアルコトガ容易ニ分ル。

上ノコトタバ ξ, $\mathfrak{y}$ ヲ R_3 内ノ球トシテモ類似ノコトガ成立ツ、此ノ場合ニ η, ξ, $\mathfrak{y}$ ハミナ一ツノ Parameter σ ノ函数デアルトシテ η, ξ, $\mathfrak{y}$ ヲ Schmiegkugeln トスル所空間曲線ヲバソレゾレ K_1, K_2, K_3 トセバ

(2) $K_1 = (\eta \xi) K_2 + (\eta \mathfrak{y}) K_3$

ガ成立ス。

(1)ニ於ケル η ナル円ガ R_2 ノ一点 $\mathfrak{p}$ ヲ通過スル條件ハ

(3) $(\eta\xi)(\xi\mathfrak{p})+(\eta\mathfrak{y})(\mathfrak{y}\mathfrak{p})=0$

デアル。同様ニシテ $\xi, \mathfrak{y}$ ヲバ R_3 内ノ垂直ニ交ハル球トセバ (3)ハ $\xi, \mathfrak{y}$ ノ交円ト一点 $\mathfrak{p}$ トヲ一球ガ通ル所ノ條件ニナル。

尚、亦 R_2 ノ場合ニ (1) ヲ考ヘ直交スル R_2 ニ於ケル円 $\xi_1, \mathfrak{y}_1$ ノ交点ヲ通ル円 η ノ式ハ

(4) $\eta=(\eta\xi_1)\xi_1+(\eta\mathfrak{y}_1)\mathfrak{y}_1$

デアル。R_2 内ノ直交ニ円 $\xi_2, \mathfrak{y}_2$ ノ交点ヲ此ノ η ガ通ルナラバ

(5) $\eta=(\eta\xi_2)\xi_2+(\eta\mathfrak{y}_2)\mathfrak{y}_2$

デアル、逆ツテ斯ノ如シ。

従ツテ此ノ場合

(6) $(\eta\xi_i)\xi_i+(\eta\mathfrak{y}_i)\mathfrak{y}_i=(\eta\mathfrak{y}_j)\xi_j+(\eta\mathfrak{y}_j)\mathfrak{y}_j$

ガ成立ツ、ココニ $i, j=1, 2, \cdots\cdots$ デアル。

次ニ (1) ノ種類ノ二ツノ円 η, ρ ヲ下ノ様ニ考ヘル。

(7) $\eta=(\eta\xi_1)\xi_1+(\eta\mathfrak{y}_1)\mathfrak{y}_1$,

(8) $\rho=(\rho\xi_2)\xi_2+(\rho\mathfrak{y}_2)\mathfrak{y}_2$

サテ η, ρ ガ互ニ垂直ナラバ

(9) $(\eta\xi_1)(\rho\xi_2)(\xi_1\xi_2)+(\eta\mathfrak{y}_1)(\rho\xi_2)(\mathfrak{y}_1\xi_2)$
$+(\eta\xi_1)(\rho\mathfrak{y}_2)(\xi_1\mathfrak{y}_2)+(\eta\mathfrak{y}_1)(\rho\mathfrak{y}_2)(\mathfrak{y}_1\mathfrak{y}_2)=0$

ガ成立ツ。

次ニ此ノ互ニ垂直ナル η, ρ ハマタ一ツノ円系 $\mathfrak{g}$ ヲ定メ

(10) $\mathfrak{g} = (\mathfrak{g}\eta)\eta + (\mathfrak{g}\rho)\rho$

デアル。コノ = (9) ガ成立ツ。

尚 (9) ニテ η, ρ ガ互ニ切スルナラバ (9) ノ右辺ハ 0 ノ代リニ 1 トナルコトハ勿論デアル。

(1) ニ於テ η ガ ξ, ψ ト等角ヲナスナラバ (1) ノ η ハ次ノヤウニナル。

(11) $\eta = (\eta\xi)\{\xi + \psi\}$,

コノ = $2(\eta\xi)^2 = 1$, $(\eta\xi) = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ デアル。